Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(3^{-2,4} \cdot 3^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$ jest równa

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $0,3$

Brudnopis

$$\left(3^{-2,4} \cdot 3^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{-2,4} \cdot 3^{\frac{4}{10}}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(3^{-2,4+0,4}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_2 96 - \log_2 3$ jest równa

A. $\log_2 93$ B. $\log_2 30$ C. 4 D. 5

Brudnopis

$$\log_2 96 - \log_2 3 = \log_2 \frac{96}{3} = \log_2 32 = 5$$

bo $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Zadanie 3. (0–1)

Pan Grzegorz wpłacił do banku pewną kwotę na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank doliczał odsetki w wysokości 5% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania pan Grzegorz odebrał z tego banku wraz z odsetkami kwotę 4851 zł (bez uwzględnienia podatków).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kwota wpłacona przez pana Grzegorza na tę lokatę była równa

A. 4300 zł B. 4400 zł C. 4500 zł D. 4600 zł

Brudnopis

$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

$4851 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$

$4851 = K_0 \cdot (1{,}05)^2$

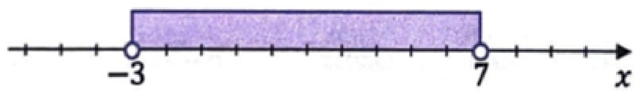
$4851 = K_0 \cdot 1{,}1025 \quad / : 1{,}1025$

$K_0 = 4400$

B

Zadanie 4. (0–1)

Na osi liczbowej zaznaczono przedział.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A. $|x-2| < 5$ B. $|x-2| > 5$

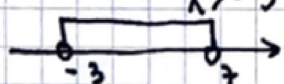
C. $|x-5| < 2$ D. $|x-5| > 2$

Brudnopis

A. $|x-2| < 5$

$x-2 < 5 \quad \wedge \quad x-2 > -5$

$x < 7 \qquad x > -3$



B. $|x-2| > 5$

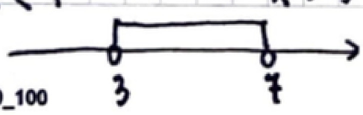
$x-2 > 5 \quad \vee \quad x-2 < -5$

$x > 7 \qquad x < -3$

C. $|x-5| < 2$

$x-5 < 2 \quad \wedge \quad x-5 > -2$

$x < 7 \qquad x > 3$



D. $|x-5| > 2$

$x-5 > 2 \quad \vee \quad x-5 < -2$

$x > 7 \qquad x < 3$

5.
0–1–2

Zadanie 5. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $3n^2+4n+1$ jest podzielna przez 4.

$n = 2k+1, \ k \in \mathbb{Z}$

$(a+b)^2$

$3n^2 + 4n + 1 = 3(2k+1)^2 + 4(2k+1) + 1 =$

$= 3\left((2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 1 + 1^2\right) + 8k + 4 + 1 =$

$a^2 + 2ab + b^2$

$= 3(4k^2 + 4k + 1) + 8k + 4 + 1 =$

$= 12k^2 + 12k + 3 + 8k + 4 + 1 =$

$= 12k^2 + 20k + 8 = 4(3k^2 + 5k + 2)$

Ponieważ $k \in \mathbb{Z}$, suma $3k^2 + 5k + 2$ również należy do liczb całkowitych, zatem iloczyn $4(3k^2 + 5k + 2)$ jest podzielny przez 4.

Zadanie 6. (0–1)

Dany jest układ równań $\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem tego układu równań jest para liczb

A. $x = 1$ i $y = 2$

B. $x = 0$ i $y = -3$

C. $x = -2$ i $y = 1$

D. $x = -1$ i $y = -1$

Brudnopis

$\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \quad / \cdot (-2) \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x + 6y - 10 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \quad /+ \end{cases}$

$7y - 7 = 0 \quad /+7$

$7y = 7 \quad /:7$

$y = 1$

$-2x + 6 \cdot 1 - 10 = 0$

$-2x + 6 - 10 = 0$

$-2x - 4 = 0$

$-2x = 4$

$x = -2$

C

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-3) i (-2) wartość wyrażenia

$\frac{x+3}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x^2+2x}{2x+6}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{x}{2}$

B. $\frac{x}{4}$

C. $\frac{x}{2x+4}$

D. $\frac{x^3+3x^2}{6x^2+24x+24}$

Brudnopis

$\frac{x+3}{\underset{a^2+2ab+b^2}{x^2+4x+4}} \cdot \frac{x^2+2x}{2x+6} = \frac{x+3}{\underset{(a+b)^2}{(x+2)^2}} \cdot \frac{x(x+2)}{2(x+3)} =$

$= \frac{\cancel{x+3}}{(x+2)\cancel{(x+2)}} \cdot \frac{x\cancel{(x+2)}}{2\cancel{(x+3)}} = \frac{x}{(x+2) \cdot 2} = \frac{x}{2x+4}$

Zadanie 8. (0–1)

Dany jest wielomian $W(x) = -3x^3 - x^2 + kx + 1$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x+1) \cdot Q(x)$ dla pewnego wielomianu Q.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

$(-1)^3 = \underbrace{-1 \cdot (-1)}_{+} \cdot (-1) = -1$

A. 29 B. (-3) C. 0 D. 3

Brudnopis

$(-1)^2 = -1 \cdot (-1) = 1$

$x+1=0$

$x=-1$

$W(x) = (x+1) \cdot Q(x)$

$W(-1) = 0$

$W(-1) = -3 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 + k \cdot (-1) + 1$

$0 = -3 \cdot (-1) - 1 - k + 1$

$0 = 3 - k \quad / +k$

$k = 3$

9. 0–1–2–3

Zadanie 9. (0–3)

Rozwiąż równanie

$$2x^3 + 3x^2 = 10x + 15$$

Zapisz obliczenia.

$2x^3 + 3x^2 = 10x + 15 \quad / -10x \quad / -15$

$2x^3 + 3x^2 - 10x - 15 = 0$

$x^2(2x+3) - 5(2x+3) = 0$

$(x^2-5)(2x+3) = 0$

$x^2 - 5 = 0 \quad \vee \quad 2x+3=0 \quad / -3$

$x^2 = 5 \qquad 2x = -3$

$x = \sqrt{5} \quad \vee \quad x = -\sqrt{5} \qquad x = -\frac{3}{2}$

$x \in \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}, -\frac{3}{2}\}$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 4.	P	F
Punkt przecięcia wykresu funkcji f z osią Oy ma współrzędne $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$.	P	F

Brudnopis

I $\quad 0 = -\frac{1}{6}x + \frac{2}{3} \quad \Big/ + \frac{1}{6}x$

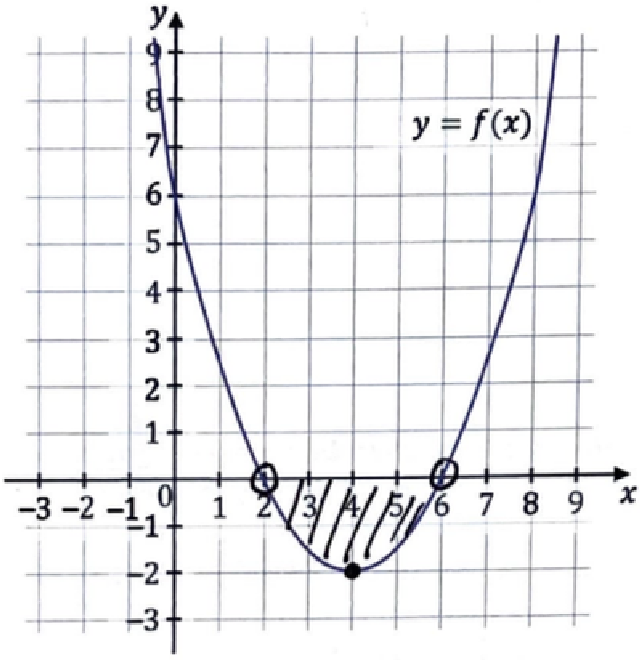
$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3} \quad \Big/ : \frac{1}{6}$

$x = \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{6}^2}{1} = \frac{4}{1} = 4$

II $\quad f(0) = -\frac{1}{6} \cdot 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \qquad \left(0, \frac{2}{3}\right)$

Zadanie 11.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



Zadanie 11.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, -2]$ B. $(-\infty, 4]$ C. $[-2, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

Brudnopis

11.2.
0–1

Zadanie 11.2. (0–1)

Zapisz poniżej w postaci przedziału zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne.

$(2, 6)$

Brudnopis

11.3.
0–1–2

Zadanie 11.3. (0–2)

Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Wzór funkcji f można przedstawić w postaci: .... oraz ....

$W(p, q)$

$p = 4$

$q = -2$

A. $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-6)$

B. $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$

C. $f(x) = 2(x-2)(x-6)$

D. $f(x) = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 2$

E. $f(x) = 2(x+2)(x+6)$

F. $f(x) = 2(x+4)^2 - 2$

Brudnopis

$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

$f(x) = a(x-2)(x-6)$

$6 = a(0-2)(0-6)$

$6 = a \cdot (-2) \cdot (-6)$

$6 = a \cdot 12 \quad | :12$

$a = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-6)$

$f(x) = a(x-p)^2 + q$

$f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$

B

$f(x+1)$

$f(x)$ $f(x-p)+q$

$p>0 \rightarrow$ $p<0 \leftarrow$

$p=-1$

Zadanie 11.4. (0–1)

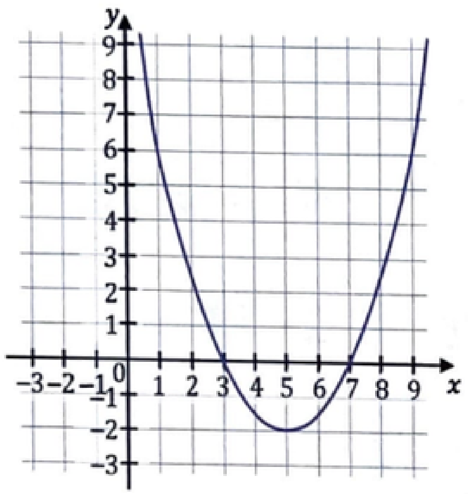
Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji f (zobacz rysunek na stronie 11) następująco: $g(x) = f(x+1)$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), fragment wykresu funkcji $y = g(x)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

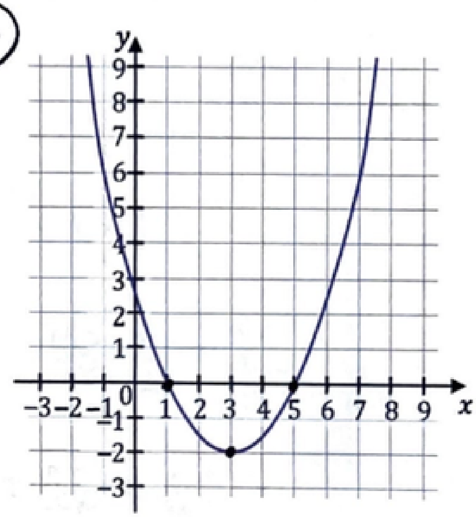
$q>0 \uparrow$ $q<0 \downarrow$

Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku

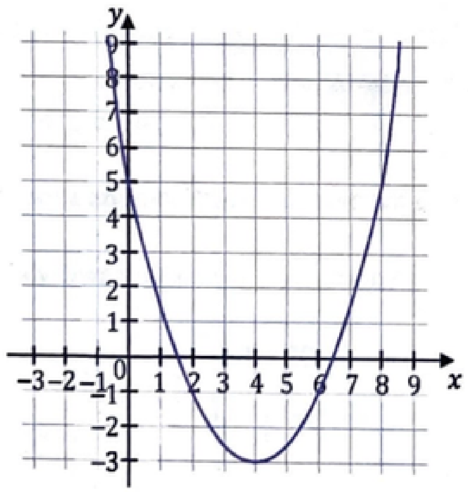
A.



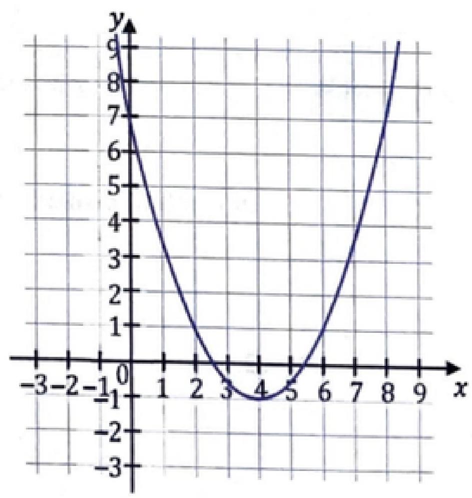
B.



C.



D.



Brudnopis

Zadanie 12. (0–1)

Proces stygnięcia naparu z ziół w otoczeniu o stałej temperaturze $22\ ^\circ\mathrm{C}$ opisuje funkcja wykładnicza $T(x) = 78 \cdot 2^{-0{,}05x} + 22$, gdzie $T(x)$ to temperatura naparu wyrażona w stopniach Celsjusza (°C) po x minutach liczonych od momentu $x = 0$, w którym zioła zalano wrzątkiem.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Temperatura naparu po 20 minutach od momentu zalania ziół wrzątkiem jest równa

A. $22\ ^\circ\mathrm{C}$ B. $39\ ^\circ\mathrm{C}$ C. $78\ ^\circ\mathrm{C}$ D. $61\ ^\circ\mathrm{C}$

Brudnopis

$T(20) = 78 \cdot 2^{-0{,}05 \cdot 20} + 22 =$

$= 78 \cdot 2^{-1} + 22 = 78 \cdot \frac{1}{2} + 22 =$

$= 39 + 22 = 61$

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_2 = 4$ oraz $a_3 = 9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Szósty wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 24 B. 29 C. 36 D. 69

$a_1 = -1$ $r = 5$

Brudnopis

$a_2 = 4$ $r = 5$

$a_3 = 9$

$a_n = a_1 + (n-1)r$

$a_6 = -1 + (6-1) \cdot 5 =$

$= -1 + 5 \cdot 5 = -1 + 25 = 24$

A

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma n początkowych wyrazów tego ciągu jest określona wzorem $S_n = 4 \cdot (2^n - 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest równy 4.	P	F
Drugi wyraz ciągu (a_n) jest równy 12.	P	F

Brudnopis

$S_n = 4(2^n - 1)$

$a_1 = S_1 = 4 \cdot (2^1 - 1) = 4 \cdot (2-1) = 4 \cdot 1 = 4$ P

$a_2 = S_2 - S_1 = 4 \cdot (2^2 - 1) - 4 \cdot (2^1 - 1) =$

$= 4 \cdot (4-1) - 4(2-1) = 4 \cdot 3 - 4 \cdot 1 = 12 - 4 = 8$ F

Zadanie 15. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(1 - 2a, 12, 48)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. (-1) **B.** 3 **C.** 4 **D.** $12{,}5$

Brudnopis

a, b, c – trzy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego

$b^2 = a \cdot c$

$12^2 = (1-2a) \cdot 48$

$144 = (1-2a) \cdot 48 \quad /:48$

$3 = 1 - 2a$

$2a = -2$

$a = -1$ A

Zadanie 16. (0–2)

Dane są dwa kąty o miarach α oraz β, spełniające warunki:

$\alpha \in (0°, 180°)$ i $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{2}{3}$ oraz $\beta \in (0°, 180°)$ i $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

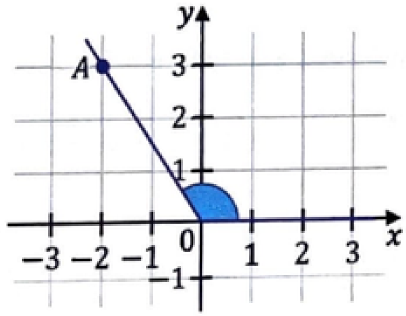
Na rysunkach A–F w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono różne kąty – w tym kąt o mierze α oraz kąt o mierze β. Jedno z ramion każdego z tych kątów pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez jeden z punktów o współrzędnych całkowitych: A lub B, lub C, lub D, lub E, lub F.

16.
0–1–2

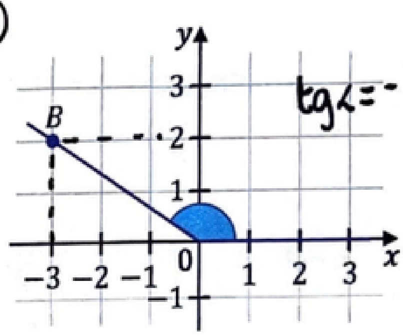
Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

16.1.	Kąt α jest zaznaczony na rysunku	B
16.2.	Kąt β jest zaznaczony na rysunku	D

A.

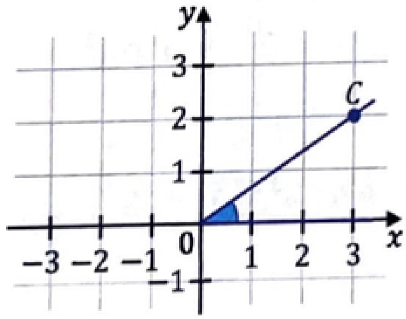


B.



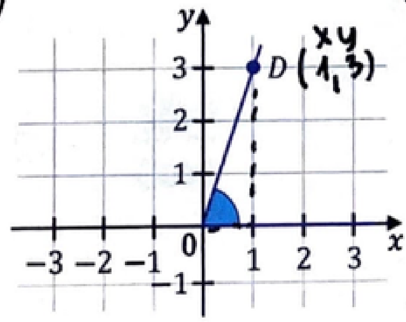
$\operatorname{tg}\angle = -\frac{2}{3} = \frac{y}{x} = \frac{2}{-3}$

C.



D.

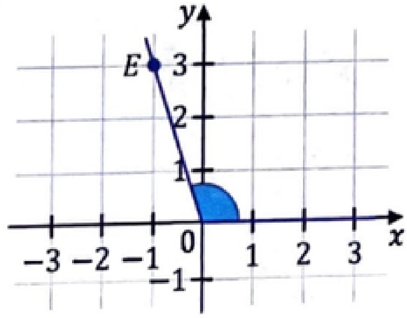
$r = \sqrt{x^2+y^2} =$



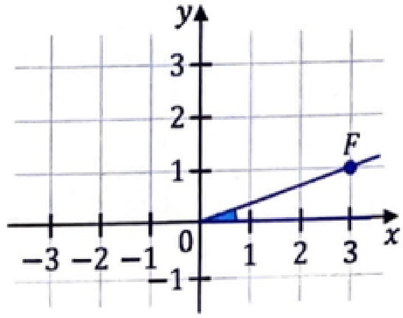
$= \sqrt{1^2+3^2} =$
$= \sqrt{1+9} =$
$= \sqrt{10}$

$\cos\beta = \frac{x}{r} =$
$= \frac{1}{\sqrt{10}}$

E.



F.



Brudnopis

Zadanie 17. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

Brudnopis

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{5}{9} + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = \frac{4}{9}$

$\underbrace{\cos\alpha = \frac{2}{3}} \vee \cos\alpha = -\frac{2}{3}$

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3}\cdot\frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

A

Zadanie 18. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta l o równaniu $y = \frac{3}{2}x - \frac{15}{2}$. Prosta k jest prostopadła do prostej l i przechodzi przez punkt $P = (6, 0)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta k ma równanie

A. $y = \frac{3}{2}x + 6$
B. $y = -\frac{2}{3}x + 6$
C. $y = \frac{3}{2}x - 9$
D. $y = -\frac{2}{3}x + 4$

Brudnopis

$a_1 \cdot a_2 = -1$

$\frac{3}{2} \cdot a_2 = -1$

$a_2 = -\frac{2}{3}$

$P = (6, 0)$
x, y

$0 = 6 \cdot (-\frac{2}{3}) + b$

$0 = -4 + b$

$b = 4$

$y = -\frac{2}{3}x + 4$

D

Zadanie 19. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: \; y = -\frac{1}{2}x - 7$$

$$l: \; y = (2m - 1)x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy

A. $m = \left(-\frac{1}{2}\right)$
B. $m = \frac{1}{4}$
C. $m = \frac{3}{2}$
D. $m = 2$

Brudnopis

$a_1 = a_2$

$-\frac{1}{2} = 2m - 1$

$\frac{1}{2} = 2m \quad | :2$

$m = \frac{1}{4}$

B

Zadanie 20. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (4, -2)$. Okrąg $\mathcal{O}$ jest styczny do osi Ox układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$

B. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$

C. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$

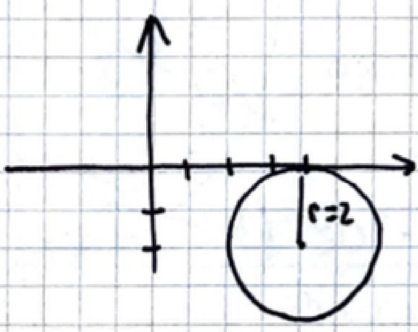
D. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 2$

Brudnopis

$S = (4, -2)$
a, b

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2^2$ A



Zadanie 21. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $K = (-7, -2)$ oraz $L = (-1, 4)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego KLM.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta KLM jest równe

A. $17\sqrt{2}$ **B.** $17\sqrt{3}$ **C.** $18\sqrt{2}$ **D.** $18\sqrt{3}$

Brudnopis

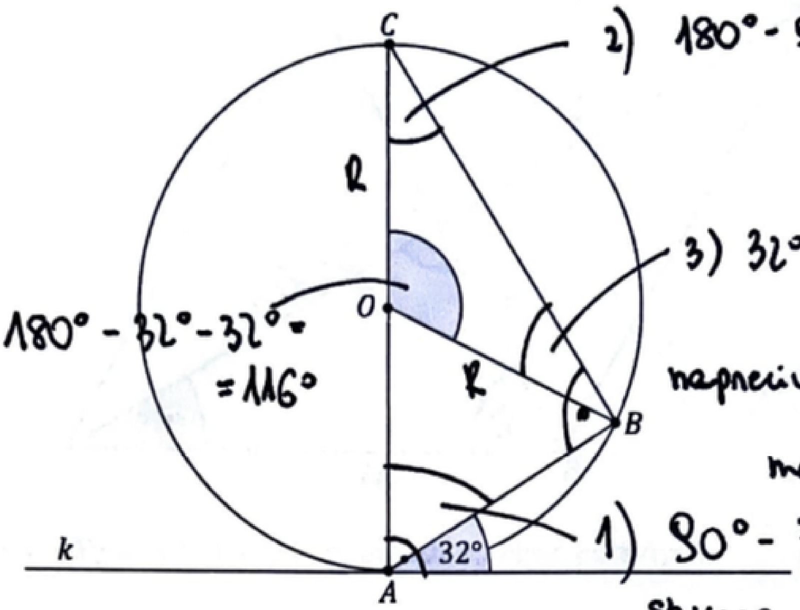
$|KL| = \sqrt{(x_L - x_K)^2 + (y_L - y_K)^2} =$

$= \sqrt{(-1+7)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(6\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{72 \cdot \sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3}$ D

Zadanie 22. (0–1)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A i tworzy z cięciwą AB kąt o mierze $32°$. Ponadto odcinek AC jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek).



$180° - 32° - 32° = 116°$

2) $180° - 90° - 58° = 32°$

3) $32°$ bo Δ OBC równoramienny

naprzeciwko średnicy mamy kąt $90°$

1) $90° - 32° = 58°$

styczne do okręgu tworzy kąt $90°$ z promieniem

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

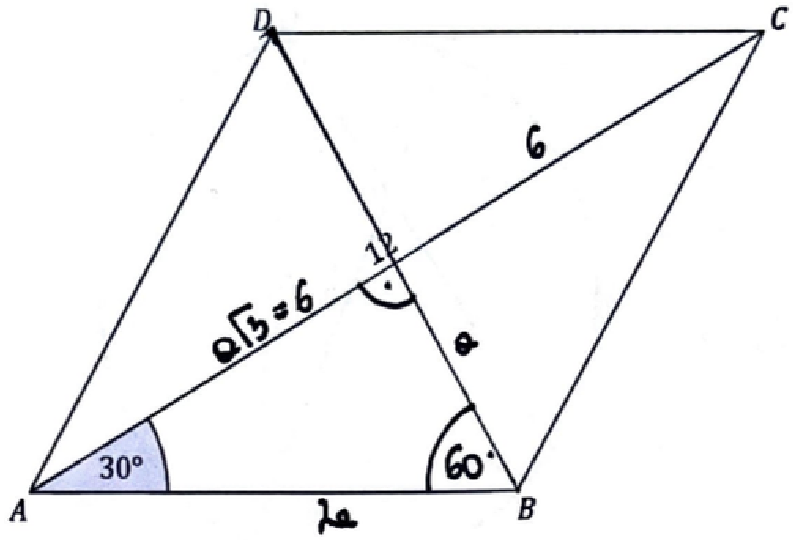
Miara kąta rozwartego BOC jest równa

A. $148°$ **B.** $116°$ **C.** $154°$ **D.** $122°$

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

W rombie $ABCD$ dłuższa przekątna AC ma długość 12 i tworzy z bokiem AB kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole rombu $ABCD$ jest równe

A. 24 **B.** 36 **C.** $24\sqrt{3}$ **D.** $36\sqrt{2}$

Brudnopis

$a\sqrt{3}=6$

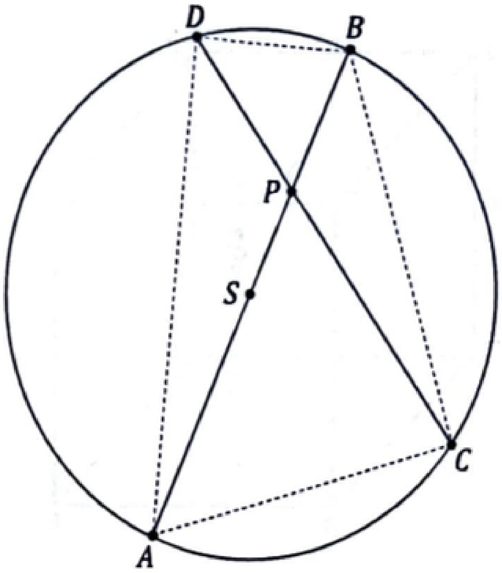
$a=\frac{6}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

$p=4\sqrt{3}$ $q=12$

$P=\frac{1}{2}p\cdot q=\frac{1}{2}4\sqrt{3}\cdot 12=24\sqrt{3}$ C

Zadanie 24. (0–2)

Dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie S. Średnica AB tego okręgu przecina cięciwę CD w punkcie P (zobacz rysunek). Ponadto: $|PB| = 4$, $|PC| = 8$ oraz $|PD| = 5$.



24.
0–1–2

Oblicz promień okręgu $\mathcal{O}$. Zapisz obliczenia.

z tw. o cięciwach

jeśli cięciwy AB i CD przecinają się w punkcie P, to:

$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$

$$x \cdot 4 = 8 \cdot 5$$

$$4x = 40$$

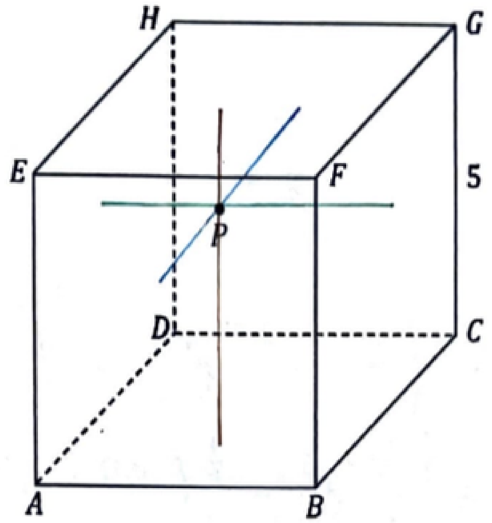
$$x = 10$$

$$|AB| = 14$$

$$r = 7$$

Zadanie 25. (0–1)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 5. Wewnątrz sześcianu znajduje się punkt P (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma odległości punktu P od wszystkich ścian sześcianu $ABCDEFGH$ jest równa

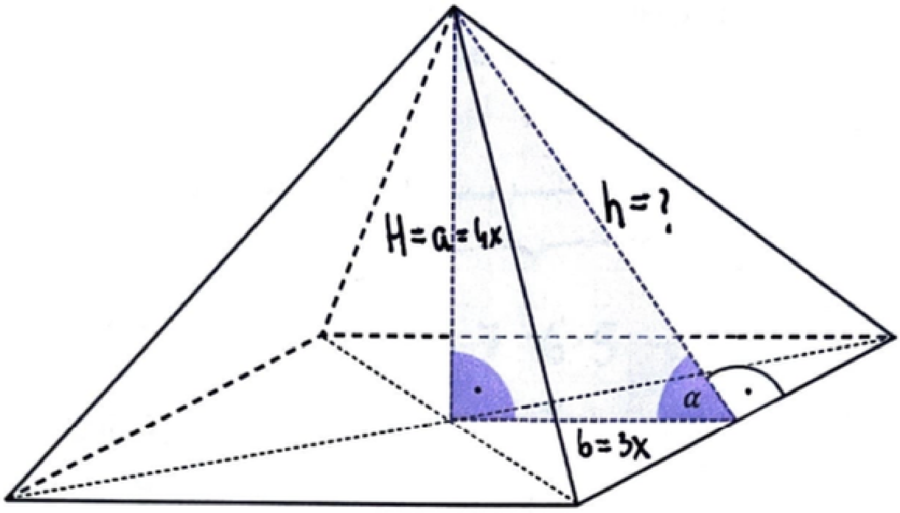
A. 15 **B.** 20 **C.** 25 **D.** 30

Brudnopis

$3 \cdot 5 = 15$ A

Zadanie 26. (0–3)

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 384. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$ (zobacz rysunek).



26. 0–1–2–3

Oblicz wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

1) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3} = \frac{a}{b} = \frac{4x}{3x}$

2) $V = 384$

$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$

$384 = \frac{1}{3} \cdot (6x)^2 \cdot 4x$

$384 = \frac{1}{3} \cdot 36x^2 \cdot 4x$

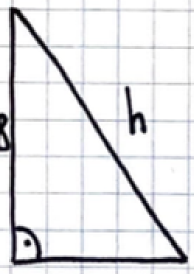
$384 = 12x^2 \cdot 4x$

$384 = 48x^3$

$x^3 = 8$

$x = 2$

3)



$h^2 = 6^2 + 8^2$

$h^2 = 36 + 64$

$h^2 = 100$

$h = 10$

Zadanie 27. (0–2)

E-dowód ma zapisany na pierwszej stronie specjalny sześciocyfrowy numer CAN, który zabezpiecza go przed odczytaniem danych przez osoby nieuprawnione.

27. 0–1–2

Oblicz, ile jest wszystkich sześciocyfrowych numerów CAN o różnych cyfrach, spełniających warunek: trzy pierwsze cyfry są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy (-3). Zapisz obliczenia.

$\_\ \_\ \_\ \underbrace{\_\ \_\ \_}_{7\cdot 6\cdot 5}$

1 963

2 852

3 741

4 630

$7\cdot 6\cdot 5=840$

Zadanie 28. (0–1)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest liczbą nieparzystą, jest równe

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

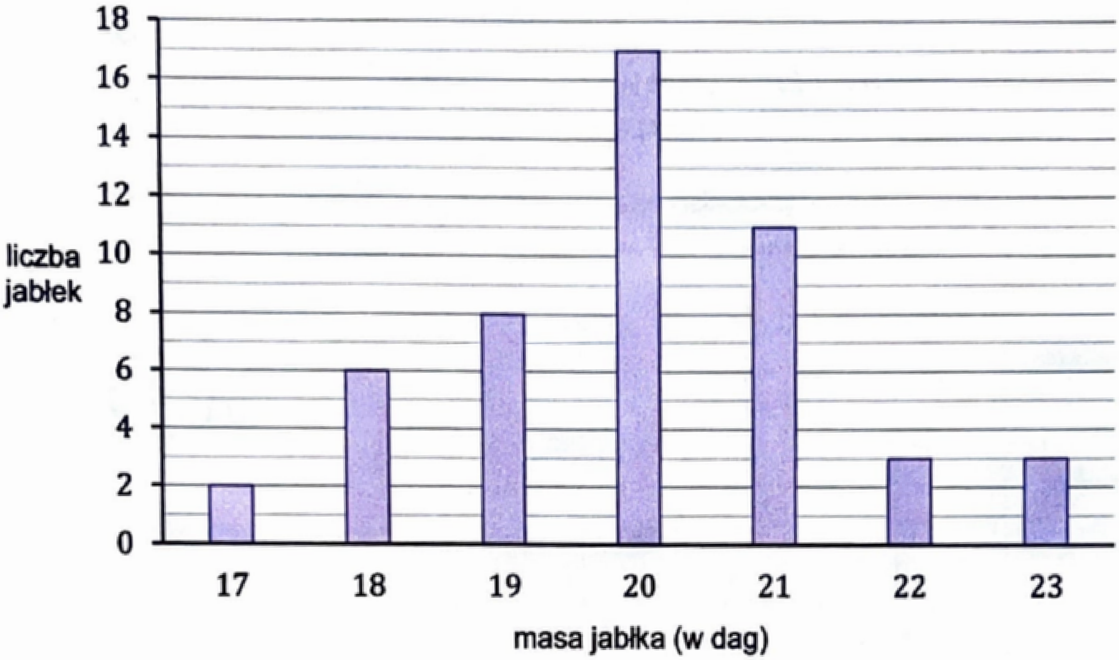
Brudnopis

	1	2	3	4	5	6
1	X		X		X	
2						
3	X		X		X	
4						
5	X		X		X	
6						

$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ C

Zadanie 29.

W hurtowni owoców wyselekcjonowane jabłko spełnia normę jakości, gdy jego masa (po zaokrągleniu do pełnych dekagramów) mieści się w przedziale $[19 \text{ dag}, 21 \text{ dag}]$.
Pobrano próbę kontrolną liczącą 50 jabłek i następnie zważono każde z nich.
Na poniższym wykresie słupkowym przedstawiono rozkład masy jabłek w badanej próbie.
Na osi poziomej podano – wyrażoną w dekagramach – masę jabłka (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów), a na osi pionowej przedstawiono liczbę jabłek o określonej masie.



Zadanie 29.1. (0–1)

Spośród 50 zważonych jabłek z pobranej próby kontrolnej losujemy jedno jabłko.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowane jabłko spełnia normę jakości, jest równe

A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{18}{25}$ D. $\frac{9}{10}$

Brudnopis

$$\frac{8+17+11}{50} = \frac{36}{50} = \frac{18}{25} \quad C$$

Zadanie 29.2. (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominanta masy 50 zważonych jabłek (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów) z pobranej próby kontrolnej jest równa

A.	20 dag,	ponieważ	**1.**	ta masa jest największa w tej próbie.
			2.	iloczyn tej masy i liczby jabłek o takiej masie jest największy w tej próbie.
B.	23 dag,		**3.**	ta masa występuje najliczniej w tej próbie.

Brudnopis

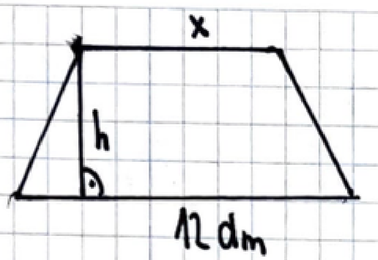
A 3

Zadanie 30. (0–4)

Zgodnie z założeniem architekta okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem. Dłuższa podstawa trapezu ma mieć długość 12 dm, a suma długości krótszej podstawy i wysokości tego trapezu ma być równa 18 dm.

30. 0–1–2–3–4

Oblicz, jaką długość powinna mieć krótsza podstawa tego trapezu, tak aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole. Zapisz obliczenia.



$x + h = 18$ $\quad x > 0 \quad h > 0$

$h = 18 - x$ $\quad 18 - x > 0$

$x < 18$

$x \in (0, 18)$

$P = \frac{1}{2}(12 + x) \cdot h = \frac{1}{2}(12 + x) \cdot (18 - x) =$

$= \frac{1}{2}(216 + 18x - 12x - x^2) =$

$= 108 + 3x - \frac{1}{2}x^2$

$a = -\frac{1}{2} \quad b = 3 \quad c = 108$

$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2 \cdot (-\frac{1}{2})} = \frac{-3}{-1} = 3$

$\in (0, 18)$

$P = f(3) = 108 + 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 =$

$= 108 + 9 - \frac{9}{2} = 117 - 4{,}5 = 112{,}5$